

FHZ

Espelhos e lentes esféricas em TikZ – Português

tikz-mirror-lens package

<https://www.ctan.org/pkg/tikZ-mirror-lens>

Brasil – 9 de janeiro de 2023 – Versão: 1.0.2

Resumo

Esta é a documentação do pacote `tikz-mirror-lens`. Este pacote permite o desenho automático da imagem de objetos em espelhos e lentes esféricas a partir dos dados do foco, da posição do objeto e de sua altura, calculando a posição e a altura da imagem, e apresentando os raios notáveis.

Sumário

1	Início rápido, definições e comandos	1			
2	Modelo de espelho esférico de Gauss	2		3.2	Configurações prontas de lentes . . .
2.1	Modelagem	2		3.3	Configurações prontas de lentes – à esquerda
2.2	Configurações prontas de espelhos	3		3.4	Comandos constituintes
2.3	Comandos constituintes	3		3.5	Exemplos de cada caso possível das lentes
2.4	Exemplos de cada caso possível dos espelhos	4		3.5.1	Convergente
2.4.1	Côncavo	4		3.5.2	Divergente
2.4.2	Convexo	4		3.6	Equivalência entre comandos para lentes com objeto à direita e à esquerda
2.5	Animação	4		3.7	Animação
2.5.1	Côncavo	5		3.7.1	Convergente
2.5.2	Convexo	5		3.7.2	Divergente
3	Modelo de lente esférica de Gauss	6		4	Outros pacotes interessantes
3.1	Modelagem	6		5	Histórico e versões
3.1.1	Objeto à direita	7			
3.1.2	Objeto à esquerda	7			

1 Início rápido, definições e comandos

As variáveis utilizadas são:

- f : foco do espelho ou da lente;
- p : posição do objeto ao longo do eixo x ;
- pp : posição da imagem ao longo do eixo x ;
- o : altura do objeto;
- i : altura da imagem;
- ϵ : distância absoluta entre p and f ;
- yM : altura do espelho;
- xL : extensão do eixo x à esquerda;
- xR : extensão do eixo x à direita;
- (xC, yC) : Coordenadas da localização dos dados apresentados;

- **setas**: argumento opcional para alterar a densidade de setas.

Os principais comandos que criam os diagramas do espelho ou da lente a partir do foco f , da posição p e da altura o do objeto, além de outros parâmetros de ajustes, são:

- Espelhos
 - `\mirrorSphGauss[setas]{f}{p}{o}{epsilon}`;
 - `\mirrorSphGaussCoord[setas]{f}{p}{o}{epsilon}`;
 - `\mirrorSphGaussFixed[setas]{f}{p}{o}{epsilon}{yM}{xL}{xR}`;
 - `\mirrorSphGaussFixedCoord[setas]{f}{p}{o}{epsilon}{yM}{xL}{xR}{(x_C,y_C)}`;
- Lentes
 - `\lensSphGauss[setas]{f}{p}{o}{epsilon}`;
 - `\lensSphGaussCoord[setas]{f}{p}{o}{epsilon}`;
 - `\lensSphGaussFixed[setas]{f}{p}{o}{epsilon}{yM}{xL}{xR}`;
 - `\lensSphGaussFixedCoord[setas]{f}{p}{o}{epsilon}{yM}{xL}{xR}{(x_C,y_C)}`;
- Lentes com objeto à esquerda
 - Para cada lente do bloco anterior, troque “Gauss” por “GaussL”.

2 Modelo de espelho esférico de Gauss

2.1 Modelagem

As equações da posição p' e da altura i da imagem a partir do foco f do espelho e da posição p e altura o do objeto são:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{fp}{p-f}, \quad p \neq f, \quad (1)$$

$$i = -\frac{p'}{p}o.$$

As definições do tipo de espelho são feitas com base no sinal do foco:

$$\begin{aligned} f > 0 &: \text{côncavo,} \\ f < 0 &: \text{convexo.} \end{aligned} \quad (2)$$

A **Figura 1** apresenta a definição do sistema de coordenadas do espelho, na qual $p > 0$ é a posição do objeto ao longo do eixo x e $p' < 0$ é a posição da imagem ao longo do eixo x . O vértice V do espelho é a origem do sistemas de coordenadas.

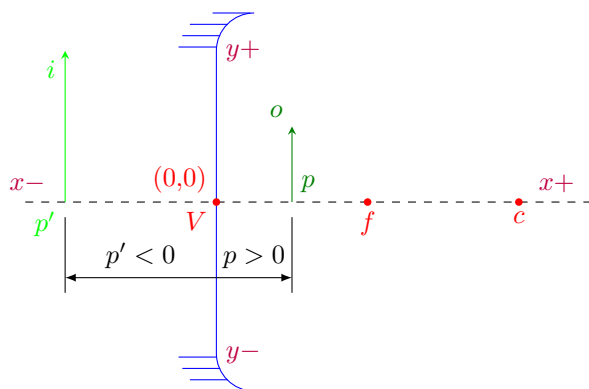


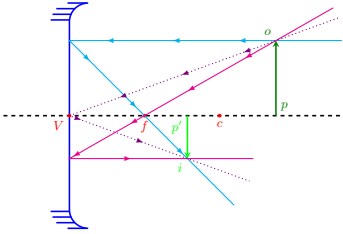
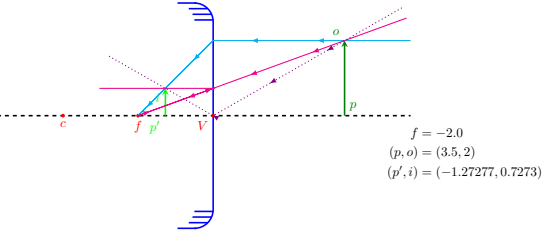
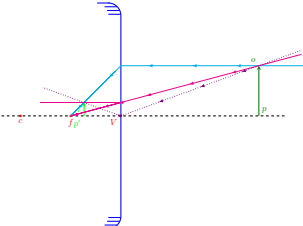
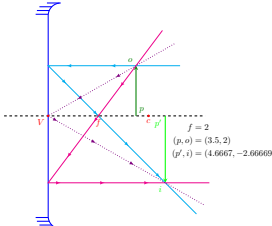
Figura 1: Convenção de sinais para espelhos esféricos.

2.2 Configurações prontas de espelhos

A Tabela 1 apresenta todas as configurações de espelhos prontas fornecidas pelo pacote. A notação é:

- **seta**: distância entre setas desenhadas, em caso de omissão, o padrão é 60 (pt).
- **epsilon**: distância entre objeto e o foco na qual a imagem não é calculada nem desenhada por ser muito grande e/ou estar muito longe do vértice;
- **yM**: altura do espelho, seja um dado ou um cálculo;
- **xL**: limite negativo do eixo x ;
- **xR**: limite positivo do eixo x ;
- **Co**: o par ordenado (x_C, y_C) do bloco de equações que apresentam o foco e as coordenadas do objeto e da imagem.

Tabela 1: Todas as configurações de espelhos prontas.

		coord	
		No	Yes
fixed mirror size	No	 $\backslash\text{mirrorSphGauss}[\text{seta}]{f}{p}{o}{\epsilon}$	 $\backslash\text{mirrorSphGaussCoord}[\text{seta}]{f}{p}{o}{\epsilon}$
	Yes	 $\backslash\text{mirrorSphGaussFixed}[\text{seta}]{f}{p}{o}{\epsilon}{yM}{xL}{xR}$	 $\backslash\text{mirrorSphGaussFixedCoord}[\text{seta}]{f}{p}{o}{\epsilon}{yM}{xL}{xR}{Co}$

2.3 Comandos constituintes

O comando que calcula a posição p' e a altura i da imagem é:

- $\backslash\text{mirrorMath}{f}{p}{o}{\epsilon}{yM}$.

Os seguintes comandos desenharam as principais componentes do diagrama,

- desenho do espelho: $\backslash\text{mirrorBase}{f}{yM}{xL}{xR}$;
- desenho dos pontos notáveis: $\backslash\text{mirrorPts}{v}{f}{c}$;
- desenho dos raios notáveis: $\backslash\text{mirrorRays}[\text{setas}]{p}{pp}{o}{i}$.

Os seguintes comandos são os mesmos para os espelhos e para as lentes, e são responsáveis por,

- desenho do objeto e da imagem: $\backslash\text{mirrorLensObjIma}{p}{pp}{o}{i}$;
- descrição dos valores numéricos das coordenadas: $\backslash\text{mirrorLensCoord}{p}{pp}{o}{i}{f}{Co}$.

2.4 Exemplos de cada caso possível dos espelhos

2.4.1 Côncavo

As figuras de 2 a 6 apresentam os 5 casos possíveis de posicionamento de um objeto diante de um espelho côncavo.

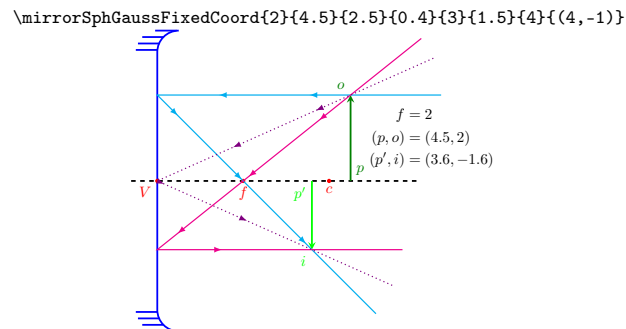


Figura 2: Caso 1, objeto longe do espelho, além do centro de curvatura.

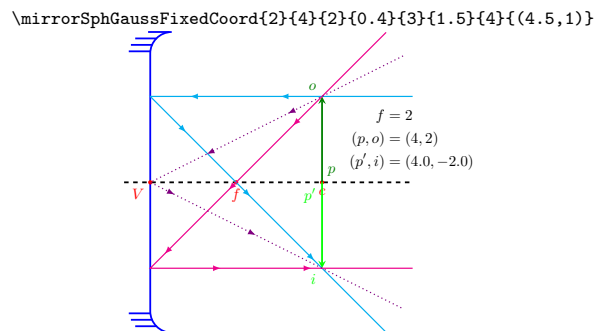


Figura 3: Caso 2, objeto localizado sobre o centro de curvatura.

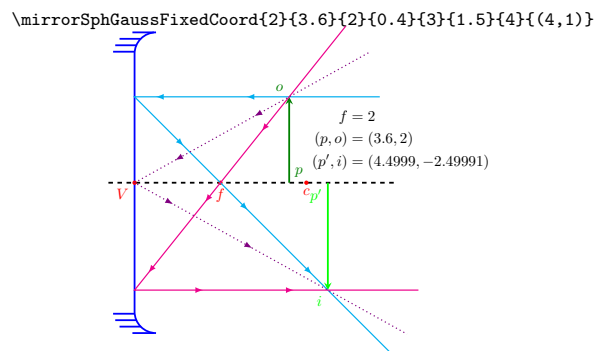


Figura 4: Caso 3, objeto localizado entre o centro de curvatura e o foco do espelho.

2.4.2 Convexo

A Figura 7 apresenta duas posições distintas do único caso de posicionamento de um objeto diante de um espelho convexo.

2.5 Animação

A sintaxe básica para inserir um objeto animado é

```
%\usepackage{animate}
\begin{animateinline}[poster=first, controls, palindrome, bb=-5 -5 50 50]{10}
```

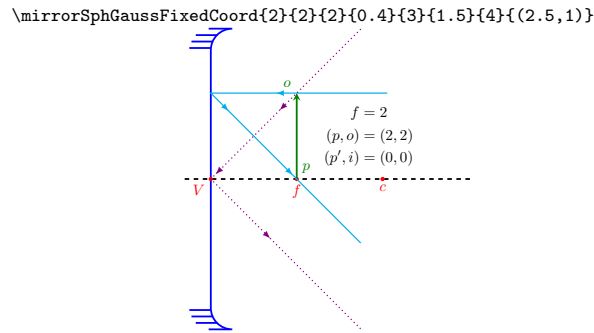


Figura 5: Caso 4, objeto localizado sobre o foco do espelho (ou a menos de uma distância $\varepsilon \rightarrow 0$).

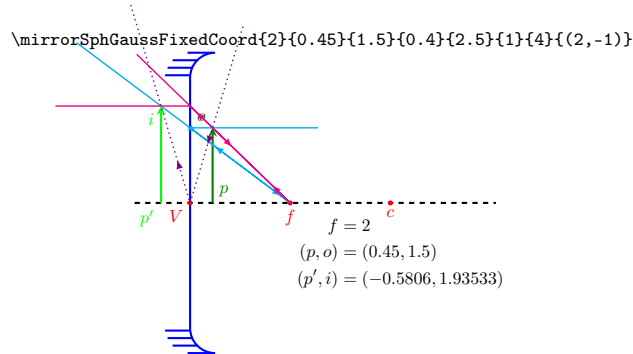


Figura 6: Caso 5, objeto localizado entre o foco e o vértice do espelho.

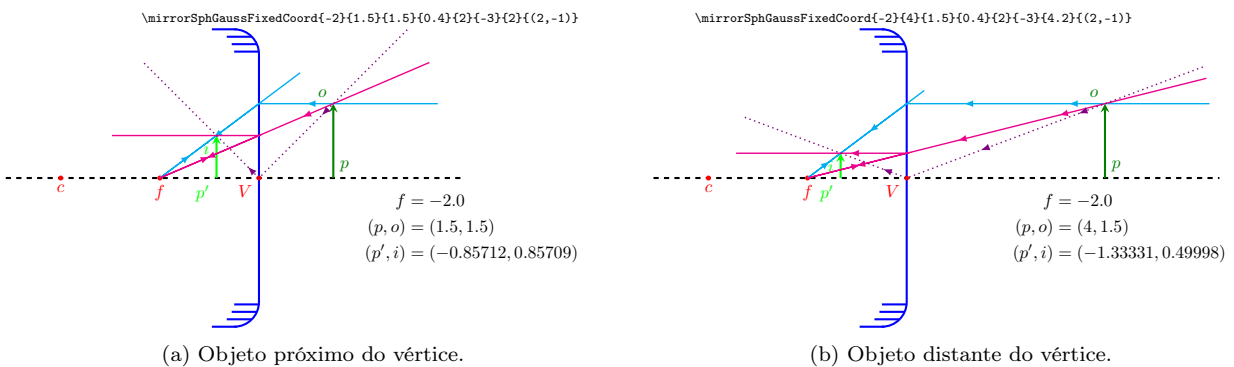


Figura 7: Caso único, objeto localizado à frente do espelho, a qualquer distância dele.

```

\multiframe{100}{rx=0.5+0.05}{
  \mirrorSphGaussFixed[50]{2}{6-\rx}{2}{0.4}{11}{-8.5}{12}
}
\end{animateinline}

```

Para mais detalhes, por favor, verifique o pacote [animate](#).

2.5.1 Côncavo

A [Figura 8](#) apresenta uma animação contendo o movimento de um objeto próximo de um espelho côncavo.

2.5.2 Convexo

A [Figura 9](#) apresenta uma animação contendo o movimento de um objeto próximo de um espelho convexo.

Figura 8: Animação de objeto se aproximando de um espelho côncavo.

Figura 9: Animação de objeto se aproximando de um espelho convexo.

3 Modelo de lente esférica de Gauss

3.1 Modelagem

A Figura 10 apresenta a definição do sistema de coordenadas da lente em dois casos, o com o objeto do lado positivo na Figura 10a e com o objeto do lado negativo Figura 10b.

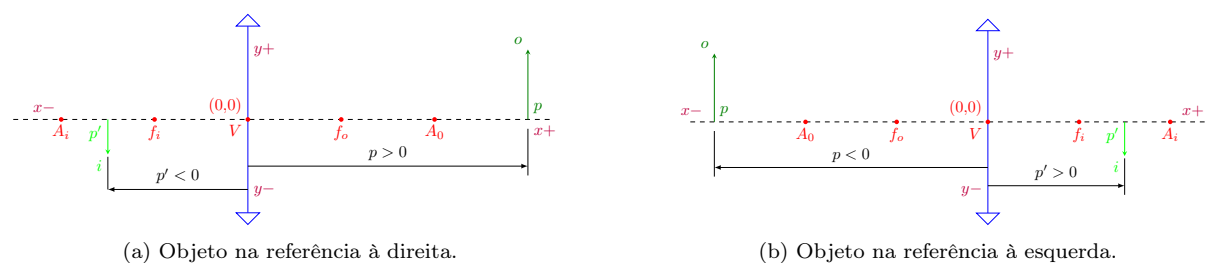


Figura 10: Convenção de sinais para lentes esféricas.

As definições do tipo de lente são feitas com base no sinal do foco:

$$\begin{aligned} f > 0 &: \text{ convergente,} \\ f < 0 &: \text{ divergente.} \end{aligned} \tag{3}$$

3.1.1 Objeto à direita

Para o objeto à direita, a forma mais fácil de corrigir o modelo de um espelho esférico para uma lente esférica é com troca do sinal de p' .

As equações da posição p' e da altura i da imagem a partir do foco f do espelho, e da posição p e altura o do objeto são:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{fp}{f-p}, \quad p \neq f, \tag{4}$$

$$i = \frac{p'}{p}o.$$

3.1.2 Objeto à esquerda

Para o objeto à esquerda, a expressão de p' e i são dadas por:

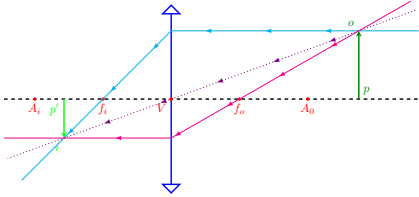
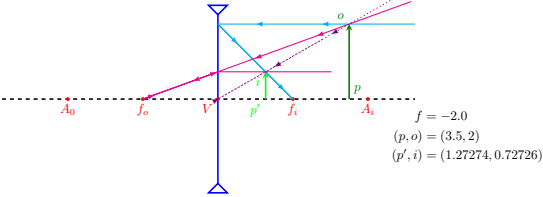
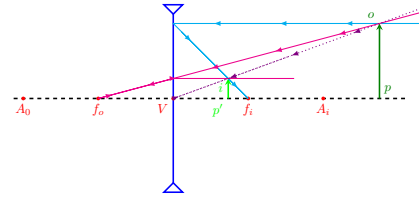
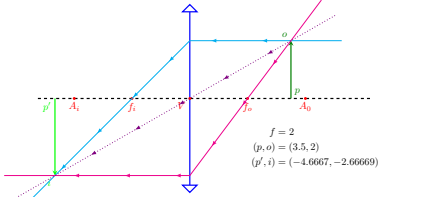
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f} \Rightarrow p' = \frac{fp}{f+p}, \quad p \neq -f, \tag{5}$$

$$i = \frac{p'}{p}o.$$

3.2 Configurações prontas de lentes

A Tabela 2 apresenta todas as configurações de lentes prontas fornecidas pelo pacote.

Tabela 2: Todas as configurações de lentes prontas.

		coord	
		No	Yes
fixed mirror size	No	 <p style="text-align: center;"><code>\lensSphGauss[seta]{f}{p}{o}{epsilon}</code></p>	 <p style="text-align: center;"><code>\lensSphGaussCoord[seta]{f}{p}{o}{epsilon}</code></p>
	Yes	 <p style="text-align: center;"><code>\lensSphGaussFixed[seta]{f}{p}{o}{epsilon}{yM}{xL}{xR}</code></p>	 <p style="text-align: center;"><code>\lensSphGaussFixedCoord[seta]{f}{p}{o}{epsilon}{yM}{xL}{xR}{Co}</code></p>

3.3 Configurações prontas de lentes – à esquerda

A Tabela 3 apresenta todas as configurações de lentes prontas fornecidas pelo pacote.

3.4 Comandos constituintes

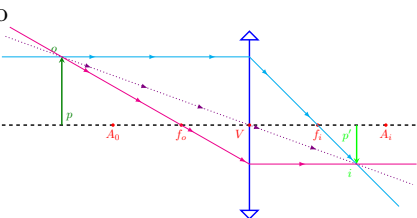
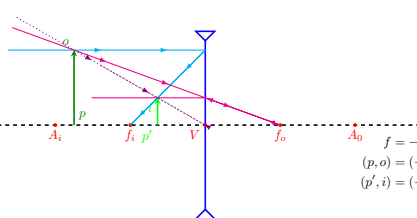
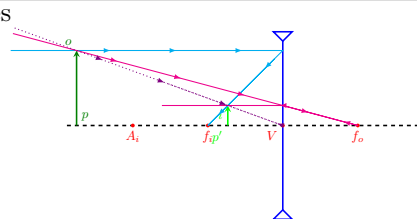
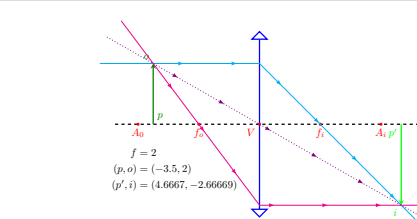
O comando que calcula a posição p' e a altura i da imagem com objeto à direita é:

- `\lensMath{f}{p}{o}{epsilon}{yM}`.

Por sua vez, o comando que calcula as coordenadas da imagem com o objeto à esquerda é:

- `\lensMathL{f}{p}{o}{epsilon}{yM}`,

Tabela 3: Todas as configurações de lentes prontas com objeto à esquerda.

		coord	
		No	Yes
fixed mirror size	No	 $\backslash\text{lensSphGaussL}\{\text{seta}\}\{f\}\{p\}\{o\}\{\epsilon\}$	 $\backslash\text{lensSphGaussLCoord}\{\text{seta}\}\{f\}\{p\}\{o\}\{\epsilon\}$ $f = -2.0$ $(p, o) = (-3.5, 2)$ $(p', i) = (-1.27277, 0.7273)$
	Yes	 $\backslash\text{lensSphGaussLFixed}\{\text{seta}\}\{f\}\{p\}\{o\}\{\epsilon\}\{yM\}\{xL\}\{xR\}$	 $\backslash\text{lensSphGaussLFixedCoord}\{\text{seta}\}\{f\}\{p\}\{o\}\{\text{right } \epsilon\}\{yM\}\{xL\}\{xR\}\{Co\}$ $f = 2$ $(p, o) = (-3.5, 2)$ $(p', i) = (4.6667, -2.66669)$

por sua vez, a alteração na nomenclatura dos comandos que desenha as lentes é apenas a adição da letra *L* após a palavra “Gauss”.

Os seguintes comandos desenharam as principais componentes do diagrama,

- desenho da lente: $\backslash\text{lensBase}\{f\}\{yM\}\{xL\}\{xR\}$;
- desenho dos pontos notáveis: $\backslash\text{lensPts}\{v\}\{f\}\{a\}$;
- desenho dos raios notáveis: $\backslash\text{lensRays}\{\text{seta}\}\{p\}\{pp\}\{o\}\{i\}$.

3.5 Exemplos de cada caso possível das lentes

3.5.1 Convergente

As figuras de 11 a 15 apresentam os 5 casos possíveis de posicionamento de um objeto diante de uma lente convergente.

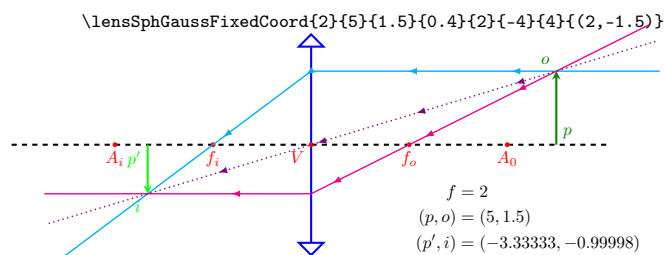


Figura 11: Caso 1, objeto longe do espelho, além do centro de curvatura.

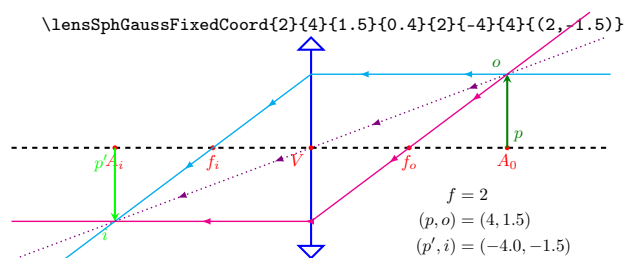


Figura 12: Caso 2, objeto sobre o antiprincipal objeto.

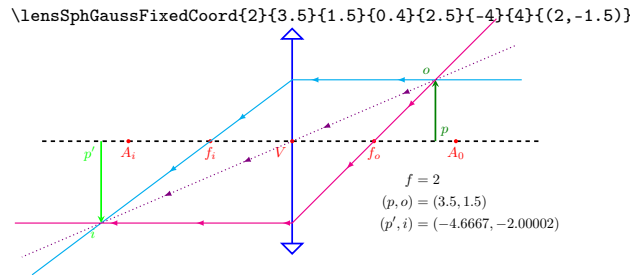


Figura 13: Caso 3, objeto entre o antiprincipal objeto e o foco objeto.

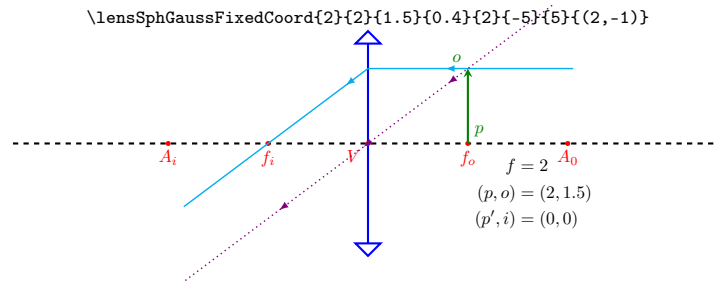


Figura 14: Caso 4, objeto sobre o foco objeto (ou a menos de uma distância $\varepsilon \rightarrow 0$).

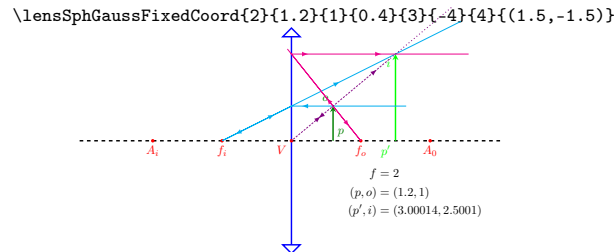


Figura 15: Caso 5, objeto entre o foco objeto e o centro óptico da lente.

3.5.2 Divergente

A Figura 16 apresenta duas posições distintas do único caso de posicionamento de um objeto diante de uma lente divergente.

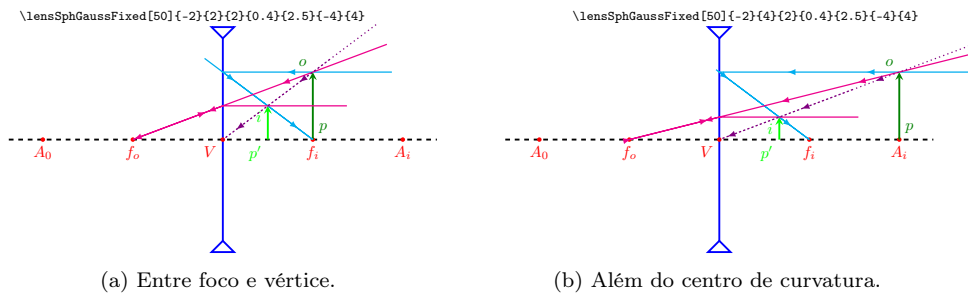


Figura 16: Caso único, objeto localizado à frente da lente, a qualquer distância dele.

3.6 Equivalência entre comandos para lentes com objeto à direita e à esquerda

A Figura 17 apresenta a equivalência entre os comandos que calculam e desenho a imagem por meio do uso lentes convergentes em função da localização do objeto.

A Figura 18 apresenta a equivalência entre os comandos que calculam e desenho a imagem por meio do uso lentes divergentes em função da localização do objeto.

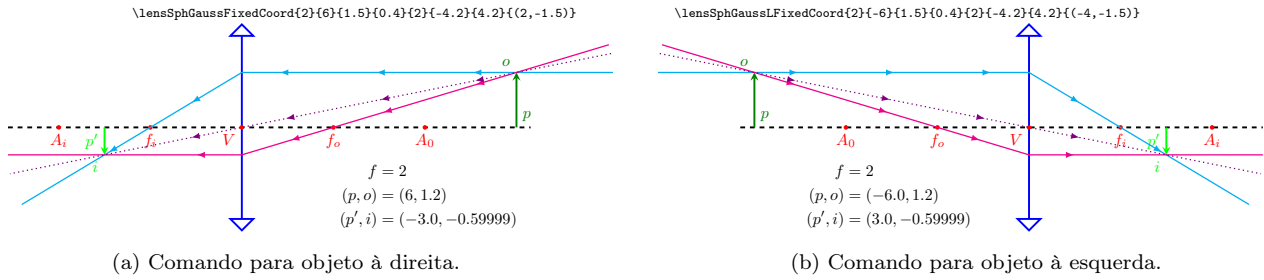


Figura 17: Equivalência entre comandos para lentes convergentes.

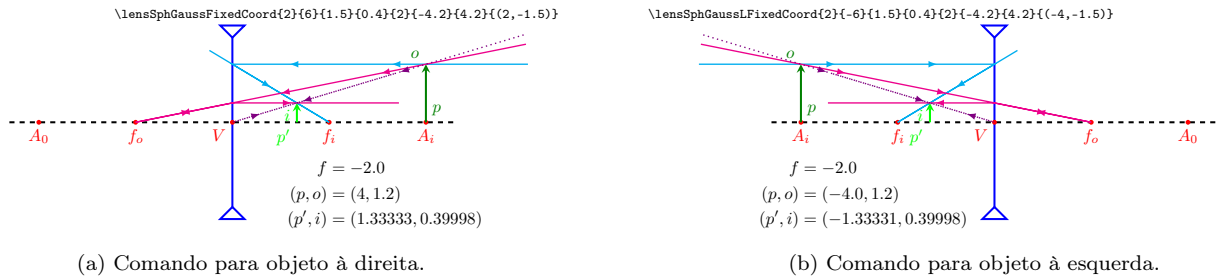


Figura 18: Equivalência entre comandos para lentes divergentes.

3.7 Animação

A sintaxe básica é a mesma usada para o espelho trocando o comando de espelho pelo comando de lente.

3.7.1 Convergente

A Figura 19 apresenta uma animação contendo o movimento de um objeto próximo de uma lente convergente.

Figura 19: Animação de objeto se aproximando de uma lente convergente.

3.7.2 Divergente

A [Figura 20](#) apresenta uma animação contendo o movimento de um objeto próximo de uma lente divergente.

Figura 20: Animação de objeto se aproximando de uma lente divergente.

4 Outros pacotes interessantes

A seguir, encontram-se *links* interessantes para outros pacotes com implementações de ótica, e também fontes para as equações e modelagens utilizadas.

1. [TeX StackExchange – TikZ library for optics?](#)
2. [TeX StackExchange – Geometrical optics](#)
3. [CTAN – tikz-optics](#)
4. [CTAN – pst-mirror](#)
5. [CTAN – simpleoptics](#)
6. [YouTube – The Organic Chemistry Tutor – Spherical Mirrors & The Mirror Equation - Geometric Optics](#)
7. [hyperphysics – Spherical Mirror Equation](#)
8. [hyperphysics – lenseq](#)
9. [plymouth – lenses](#)
10. [khanacademy – lens formula](#)

5 Histórico e versões

- 1.0.0 (2022-12-24): Criação do pacote.
- 1.0.1 (2022-12-27): Pequenas correção na entrada dos argumentos das funções em `\mirrorRays` e em `\lensRays`.
- 1.0.2 (2023-01-08): Revisão da versão em inglês e remoção de ponto-e-vírgula desnecessário (sugerido por Denis Bitouzé).